

# Determinação da Viscosidade de Fluidos Newtonianos

Éliton Fontana

## 1 Introdução

*Definição de Fluido:* Um fluido é uma substância que se deforma continuamente sob a aplicação de uma força tangencial (tensão de cisalhamento), não importando o quão pequeno seja o seu valor. Os fluidos podem se apresentar nas formas de líquido, gás ou vapor.

Considere o caso de um fluido confinado entre duas placas paralelas infinitas, inicialmente em repouso. Se a placa inferior for deslocada com uma determinada velocidade, o fluido em contato com a placa será também deslocado devido à condição de não-deslizamento. Este fluido em movimento irá arrastar as camadas de fluido adjacentes devido à ação da viscosidade, de modo que eventualmente um perfil de velocidade linear será atingido.

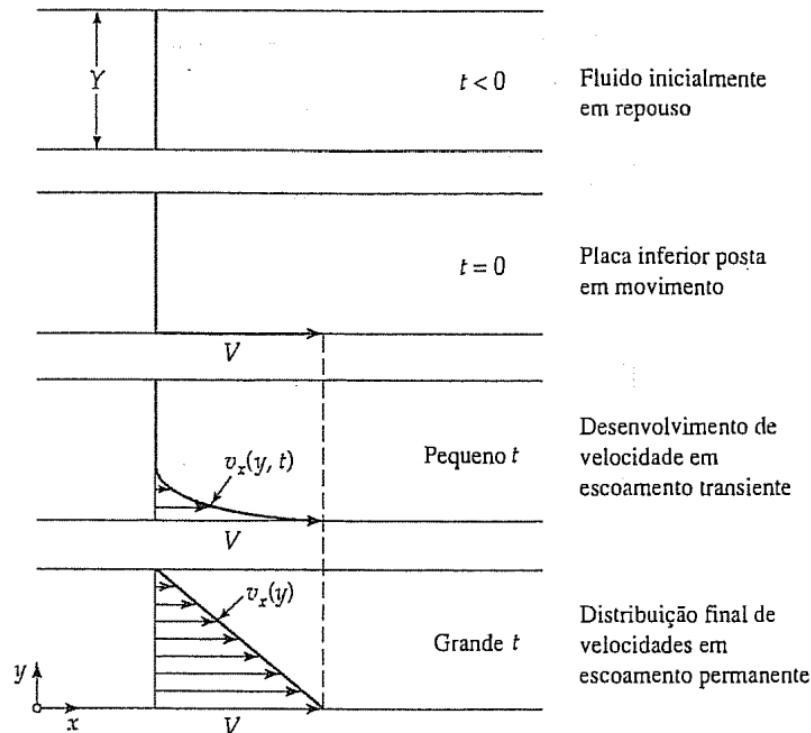
A força necessária para deslocar a placa por unidade de área será proporcional à velocidade inversamente proporcional à distância entre as placas. A constante de proporcionalidade entre estas medidas é chamada de *viscosidade*.

A força por unidade de área corresponde à tensão de cisalhamento. Neste caso, como a força é aplicada na direção  $x$  por unidade de área perpendicular à direção  $y$ , a componente da tensão é  $\tau_{yx}$ :

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

Por definição, está é a força exercida pelo fluido com menor  $y$  sobre o fluido com maior  $y$ . Esta relação é conhecida como Lei de Newton da viscosidade e serve como uma base para a definição da *viscosidade dinâmica*. Os fluidos que seguem esta equação são conhecidos como *fluidos newtonianos*. Todos os gases e a maioria dos líquidos com peso molecular abaixo de 5000 costumam ser newtonianos.

A viscosidade é uma medida do atrito interno dos fluidos, ou seja, da resistência à deformação. Nos líquidos, a viscosidade surge principalmente como um resultado das



forças intermoleculares, enquanto que nos gases surge principalmente como resultado das colisões entre as moléculas. A origem molecular da viscosidade em líquidos é muito mais complexa que nos gases. A transferência de momento por colisões moleculares é muito inferior à transferência pelos efeitos dos campos de força intermoleculares interagindo entre grupos de moléculas líquidas próximas.

Para os fluidos newtonianos, a viscosidade é constante para uma dada temperatura e pressão, não dependendo das condições do escoamento.

**Dependência da viscosidade com a pressão:** A viscosidade da maioria dos líquidos não é afetada por pressões baixas ou moderadas, mas a altas pressões usualmente ocorre um significativo aumento na viscosidade. Por exemplo, a viscosidade da água a  $25^\circ\text{C}$  e  $10.000 \text{ atm}$  é o dobro da viscosidade a  $1 \text{ atm}$ .

**Dependência da viscosidade com a temperatura:** A viscosidade dos líquidos é altamente dependente da temperatura. O aumento na temperatura causa uma aparente redução nas forças intermoleculares devido ao aumento na velocidade individual de cada molécula. Como consequência, ocorre uma redução na viscosidade, mesmo havendo um aumento na transferência de momento por colisões.

Existem diversos modelos empíricos que podem ser utilizados para ajustar a dependência da viscosidade com a temperatura, sendo que a maioria deles propõe uma dependência

exponencial. Os mais utilizados seguem uma expressão semelhante à equação de Arrhenius:

$$\mu(T) = \mu_0 e^{E/RT}$$

onde  $\mu_0$  e  $E$  são coeficientes a serem determinados com base em dados experimentais e  $R$  é a constante universal dos gases.

## 1.1 Determinação das propriedades reométricas

A caracterização dos materiais segundo o seu comportamento reológico é conseguida através do uso de equipamentos denominados reômetros. Existem vários tipos de reômetros, sendo que cada um é mais indicado para um determinado tipo de fluido ou para uma determinada faixa de gradiente de cisalhamento.

A viscosidade newtoniana pode ser facilmente determinada, uma vez que somente uma taxa de cisalhamento precisa ser utilizada. Assim, a construção e operação de viscosímetros (que determinam somente a viscosidade newtoniana) costuma ser bem mais simples que a de reômetros.

*Viscosímetros:* São equipamentos utilizados para determinar a viscosidade de um determinado fluido a uma temperatura específica. Usualmente baseia-se na relação entre o arrasto causado em um objeto e a velocidade do escoamento (ex: o tempo que leva para uma esfera descender uma camada de fluido) ou no atrito entre o fluido e as paredes do viscosímetro. Um determinado viscosímetro é capaz de fornecer apenas um valor para a viscosidade aparente, ou seja, não fornece a relação entre a tensão aplicada e a deformação. Portanto, os viscosímetros não são adequados para determinar as propriedades reológicas de fluidos Não-Newtonianos.

*Reômetros:* São equipamentos empregados para determinar como um material responde a uma força aplicada. Estes equipamentos permitem a construção das curvas de tensão x taxa de cisalhamento e portanto são muito empregados para determinar as propriedades de fluidos Não-Newtonianos. Os reômetros são divididos em reômetros de torque e reômetros extensionais, dependendo da forma como a tensão é aplicada (rotacional ou extensional). Usualmente, os reômetros são muito mais caros que os viscosímetros e possuem faixas específicas de aplicação, o que os torna bastante específicos. Possuem a vantagem de permitir a análise do comportamento dependente do tempo.

### 1.1.1 Viscosímetros

Divididos principalmente em três classes: de tubo, rotacionais e de esfera.

#### *Viscosímetros de tubo*

Estes viscosímetros baseiam-se no tempo necessário para que um determinado fluido escoe através de uma tubulação. Esta tubulação pode estar na vertical ou na horizontal. Como a tensão aplicada no fluido varia ao longo do teste, estes viscosímetros somente são aplicados principalmente para determinar a viscosidade de fluidos Newtonianos.

Os mais empregados são os viscosímetros capilares de tubo em U, como mostrado na figura abaixo.

#### OSTWALD VISCOMETER:- I

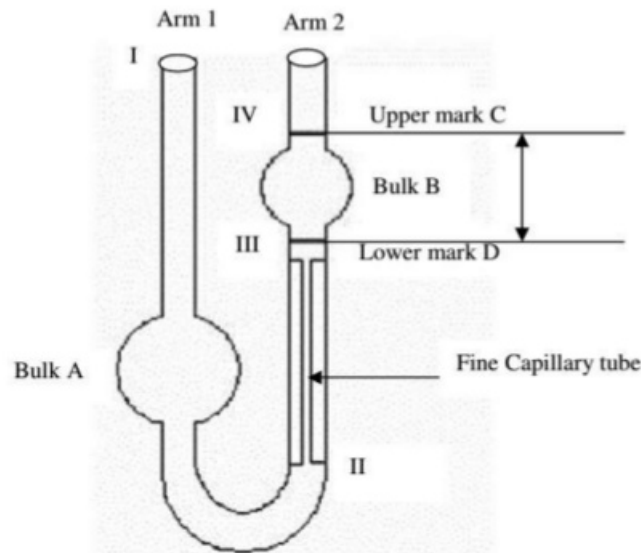


Fig. 1:- Ostwald Viscometer

*Princípio de operação:* O fluido a ser testado é colocado no reservatório superior da direita (bulk B) até a marca superior C, a partir do qual ele é descarregado através de um tubo capilar como resultado da força motriz (gravidade). É medido o tempo de escoamento até que o menisco atinja a marca inferior D.

*Determinação da Viscosidade - Lei de Hagen-Poiseuille:* Pode-se mostrar que sob condições estacionárias, o perfil de velocidade para um fluido Newtoniano escoando em um capilar tubular de comprimento  $L$  e raio total  $R$  é dado por:

$$V(r) = \frac{\Delta P}{4\mu L}(R^2 - r^2)$$

onde  $\Delta P$  é a queda de pressão ao longo do escoamento. Considerando um capilar com

área constante, pode-se facilmente mostrar que a velocidade média é:

$$\bar{u} = \frac{\Delta P R^2}{8L\mu}$$

Esta expressão é conhecida como Lei de Hagen-Poiseuille e pode ser aplicada para determinar a viscosidade utilizando um viscosímetro capilar.

Isolando a viscosidade:

$$\mu = \frac{\Delta P R^2}{8L\bar{u}}$$

O valor de  $\Delta P$  pode ser aplicado diretamente (com uma bomba, por exemplo - viscosímetro capilar de escoamento forçado). Porém, usualmente o escoamento é causado unicamente pelas forças hidrostáticas.

Os viscosímetros normalmente são usados na vertical, ou seja, o canal de escoamento forma um ângulo de  $90^\circ$  com o plano horizontal. Neste caso, a força de pressão que atua sobre o fluido é basicamente a força gravitacional. Assim, a queda de pressão no fluido está relacionada com a diferença na altura do mesmo, antes e depois do escoamento (diferença entre a marca superior e inferior). Supondo que esta diferença seja  $h$ , a queda de pressão no fluido será:

$$\Delta P = \rho gh$$

Substituindo na expressão anterior:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{ghR^2}{8L\bar{u}}$$

A velocidade média do fluido pode ser entendida como a distância que este percorre em um determinado tempo. Como o tempo total de escoamento é conhecido, este pode ser relacionado com a distância total percorrida  $L$ . Assim:

$$\bar{u} = \frac{L}{t}$$

De modo que:

$$\nu = \frac{ghR^2}{8L^2}t$$

O termo multiplicando o tempo depende somente das características do viscosímetro e não do fluido empregado. Assim, pode-se utilizar dados de um fluido com densidade e viscosidade conhecidos para determinar esta constante.

**Viscosímetro de Esfera:** Um dos modelos mais simples para determinação da viscosidade de um fluido. Consiste de um tubo vertical ou inclinado, no qual uma bola cai

sob a força da gravidade. Essa bola alcança uma velocidade limite quando a aceleração devido à força da gravidade é exatamente compensada pelo atrito do fluido sobre a bola. Mede-se então o tempo de escoamento da bola entre dois pontos pré-determinados. É mais empregado para fluidos muito viscosos (óleos, polímeros, etc.).

Conhecendo-se a velocidade terminal, tamanho e densidade da esfera, e a densidade do líquido, a lei de Stokes pode ser utilizada para calcular a viscosidade do fluido. É comum a utilização de uma série de esferas de aço de diferentes diâmetros são normalmente utilizadas para melhorar a precisão.

*Determinação da Viscosidade - Lei de Stokes:* A viscosidade neste tipo de viscosímetro é determinada com base na velocidade terminal. A velocidade terminal é atingida quando as forças de arrasto (para cima) se igual às forças gravitacionais (para baixo):

$$F_D = F_g$$

Para uma esfera de raio  $R$  escoando em um fluido de viscosidade  $\mu$  a velocidade terminal  $\bar{u}$  *baixa* ( $Re < 1$ ), a força de arrasto pode ser dada pela Lei de Stokes:

$$F_D = 6\pi\mu R\bar{u}$$

A força gravitacional atuando na esfera é a diferença entre a força peso ( $F_p$ ) e o empuxo gerado pelo fluido ( $F_e$ ).

$$F_g = F_p - F_e$$

A força peso é simplesmente o produto da massa pela gravidade.

$$F_p = m_s g = \rho_s V g = \rho_s \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

onde  $m_s$  e  $\rho_s$  são a massa e a densidade da esfera.

Para determinar a força de empuxo, pode-se lembrar do princípio de Arquimedes:

A força de empuxo resultante em qualquer objeto totalmente ou parcialmente imerso é igual ao peso do fluido deslocado pelo objeto.

Assim:

$$F_e = m_f g = \rho_f V g = \rho_f \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

onde  $m_f$  e  $\rho_f$  são a massa e a densidade do fluido.

Juntando as expressões (sugestão: deixar o resto como exercício):

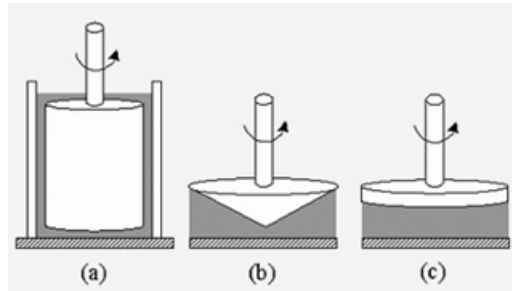
$$F_g = (\rho_s - \rho_f) \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

De modo que através do balanço das forças de arrasto e gravitacional, pode-se determinar a velocidade terminal:

$$\bar{u} = \frac{2(\rho_s - \rho_f)}{9} \frac{gR^2}{\mu} \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{2(\rho_s - \rho_f)}{9} \frac{gR^2}{\bar{u}}$$

**Viscosímetros Rotativos:** Nesta classe de viscosímetros, o fluido é confinado em uma geometria específica e uma rotação é aplicada em alguma parte em contato com o fluido. Através do torque necessário para manter a rotação, pode-se determinar a viscosidade (aparente) do fluido. Este tipo de viscosímetro é o mais indicado para avaliar fluidos não-Newtonianos.

As geometrias mais empregadas são: cilindros concêntricos (a), cone e placa (b) e placas paralelas (c).



- Cilindros concêntricos: consiste basicamente de um par de cilindros coaxiais. Um dos cilindros gira enquanto o outro permanece estático (sem movimento). O torque necessário para manter o rotor a uma determinada velocidade pode ser relacionado com a tensão de cisalhamento, enquanto que a velocidade de rotação em si é uma medida da taxa de deformação.

O escoamento entre cilindros concêntricos é conhecido como *escoamento de Couette*. Pode-se mostrar que para o caso onde um cilindro externo com raio  $R_2$  está fixo e o interno com raio  $R_1$  se movendo, a distribuição de tensão de cisalhamento ao longo do raio do espaço entre os cilindros é dado por:

$$\tau_{r\theta}(r) = \frac{M_1}{2\pi r^2 L}$$

onde  $M$  é o torque aplicado no cilindro interno e  $L$  é o comprimento dos cilindros. Assim, a tensão de cisalhamento na superfície do cilindro interno será:

$$\tau_{r\theta}(R_1) = \frac{M_1}{2\pi R_1^2 L}$$

Para determinar a taxa de cisalhamento, diferentes métodos de estimativa podem ser utilizados. Quando o espaçamento entre os cilindros é muito menor que o raio dos cilindros, a curvatura pode ser negligenciada e o sistema pode ser aproximado como um de placas paralelas. Nestas condições, a taxa de cisalhamento na superfície do cilindro interno pode ser avaliada como:

$$\left. \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right|_{r=R_1} = \gamma(R_1) = \frac{\omega_1 \bar{R}}{R_2 - R_1}$$

onde  $\omega_1$  é a velocidade angular do cilindro interno e  $\bar{R}$  é o raio médio:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

Assim, conhecendo o torque resultante para diversas velocidades angulares impostas (ou o contrário), pode-se construir a curva de tensão de cisalhamento por taxa de deformação.

- Cone e Placa: Consiste de uma placa circular plana estática e um cone que rotaciona a uma velocidade específica. Tem o mesmo princípio de medida que os cilindros concêntricos, porém costuma ser mais preciso devido a menor distância entre as placas, de modo que a taxa de deformação é praticamente constante no líquido que se encontra entre o cone e a placa. O ângulo do cone não pode ser superior a 4 graus.

É possivelmente o modelo mais empregado para o estudo de fluidos não-Newtonianos. Ideal para medir comportamento reológico de fluidos não-newtonianos a altas taxas de deformação, porém pode causar aquecimento devido ao atrito. Os efeitos de borda são desprezíveis. É aplicável em fluidos dependentes do tempo.

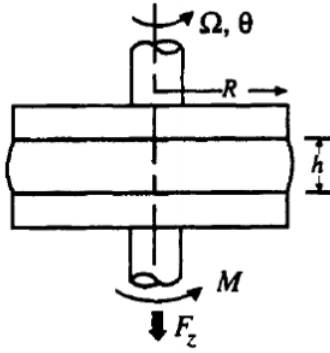
Para este tipo de viscosímetro, considerando que o ângulo do cone seja muito pequeno, pode-se determinar a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação como:

$$\tau = \frac{3M}{2\pi R^2} \quad \gamma = \frac{\omega}{\tan(\beta)}$$

onde  $M$  é o torque necessário para manter uma velocidade angular  $\omega$ ,  $R$  é raio externo do cone e  $\beta$  é o ângulo do cone.

- Placas paralelas: A geometria consiste de um disco giratório dentro de uma cavidade cilíndrica, sendo que se assemelha, em muitos aspectos, à geometria cone-e-placa. A tensão de cisalhamento entre as placas não é tão uniforme quanto no cone e placa. Este





tipo de viscosímetro é indicado para medição das propriedades reológicas de suspensões e emulsões.

Neste caso, a taxa de deformação é dada por:

$$\gamma = \frac{R\omega}{h}$$

e a tensão de cisalhamento é dada por:

$$\tau = \frac{M}{2\pi R^3} \left( 3 + \frac{d \ln M}{d \ln \gamma} \right)$$

A avaliação da derivada que aparece no lado direito da equação requer um conjunto de dados de  $\ln M$  vs  $\ln \gamma$ . Para um fluido Newtoniano, pode-se mostrar que:

$$\frac{d \ln M}{d \ln \gamma} = 1$$