

Métodos Matemáticos Aplicados à Engenharia Química II

Lista de Exercícios 10 - Classificação de EDP's e Métodos das Linhas

Prof. Éliton Fontana

01) Classifique as seguintes equações diferenciais em parabólicas, elípticas ou hiperbólicas:

a) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^x + e^y$

c) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$

b) $\rho u \frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho g_x$

d) $\nabla u = \nabla^2 u$

02) a) Considere a seguinte equação:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b \frac{\partial u}{\partial x}$$

Com as seguintes condições de contorno e condição inicial:

$$u(0, t) = 0 \quad u(1, t) = 1 \quad u(x, 0) = x^2$$

Utilizando o método das linhas, obtenha o sistema de EDO's que descreve a variação de u em diferentes pontos ao longo do domínio. Considere $\Delta x = 0.2$.

b) Utilize o método de Euler explícito para estimar o valor de u em $x = 0.8$ para $t = 0.6$. Considere $\Delta t = 0.2$ e $a = 0.1$ e $b = 0.5$.

R: $u_4(0.6) = 0.415$

03) Utilize o método das linhas para obter uma aproximação para a equação do calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

com as seguintes condições:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad T(1, t) = 2.5 \quad T(x, 0) = 0$$

onde $\alpha = 0.1$. Considere $\Delta x = 0.25$. Utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem, estime a temperatura em $x = 0.5$ para um tempo $t = 1$, utilizando $\Delta t = 0.25$.

R: $T_2(1) = 0.6879$