Métodos Matemáticos Aplicados à Engenharia Química II

Lista de Exercícios 08 - Estabilidade e Problemas Rígidos

Prof. Éliton Fontana

1) Determine o passo de tempo máximo que pode ser utilizado para garantir a estabilidade na resolução dos seguintes sistemas, considerando que o método de Euler explícito seja empregado em $t = 0$:

a)

$$\frac{dy}{dt} = y - 5x \qquad y(0) = 1 \qquad\qquad \frac{dx}{dt} = 3x + 17y \qquad x(0) = 0$$

R: $\Delta t_{max} = 0.125$

b)

$$\frac{dy}{dt} = 10y \qquad\qquad \frac{dx}{dt} = 3y + 2x + z \qquad\qquad \frac{dz}{dt} = 7y - z$$

$$y(0) = 1 \qquad\qquad x(0) = 1 \qquad\qquad z(0) = 2$$

R: $\Delta t_{max} = 0.2$

c)

$$\frac{dy}{dt} = y^2 + x\sqrt{y} \qquad y(0) = 1 \qquad\qquad \frac{dx}{dt} = x^3 + x^2y^2 \qquad x(0) = 4$$

R: $\Delta t_{max} = 0.0526$

2) Considere a EDO:

$$\frac{dy}{dt} = -1 \times 10^5 y + 0.9 \times 10^5 e^{-t}$$

(a) Estime o passo de tempo requerido para manter a estabilidade utilizando o método de Euler explícito (Dica: Refaça o procedimento apresentado para a equação modelo $y' = -\lambda y$ substituindo a equação);

R: $\Delta t_{max} = 2 \times 10^{-5}$

(b) Utilizando a condição inicial $y(0) = 0$, utilize o método de Euler implícito para obter a solução no intervalo de $t = 0$ até $t = 2$, utilizando $\Delta t = 0.1$. Compare com a solução exata.

R: $y(2) = 0.1218$ (Euler), $y(2) = 0.1218$ (Exata)

3) Considere o PVI:

$$\frac{dy}{dt} = 30(\sin(t) - y) + 3\cos(t) \qquad\qquad y(0) = 0$$

Utilize o método de Euler implícito para obter a solução até $t = 2$ utilizando um passo de $\Delta t = 0.4$. Compare com a solução exata.

R: $y(2) = 0.8773$ (Euler), $y(2) = 0.8836$ (Exata)

5) Utilize o método de Euler implícito para obter a solução até $t = 1$ para o seguinte PVI, considerando $\Delta t = 0.2$:

$$\frac{dy}{dt} = 5e^{-0.1y} + \sin(y) \qquad\qquad y(0) = 1$$

Compare com o valor obtido através do método RK4.

R: $y(1) = 4.43417$ (Euler), $y(1) = 4.6238$ (RK4)