

Métodos Matemáticos Aplicados à Engenharia Química II

Lista de Exercícios 05 - Método de Euler

Prof. Éliton Fontana

1) Utilizando o método de Euler explícito e considerando $\Delta t = 0.25$, determine o valor aproximado da solução dos seguintes PVI's para $t_1 = t_0 + \Delta t$, $t_2 = t_0 + 2\Delta t$, $t_3 = t_0 + 3\Delta t$ (ou seja, para os 3 primeiros passos de tempo), onde t_0 é o valor de t onde a condição inicial é especificada:

$$\begin{array}{ll} a) \frac{dy}{dt} = y^2 - t, & y(-1) = -1 \\ b) \frac{dy}{dt} = e^{2/y} & y(0) = 2 \\ c) e^y \frac{dy}{dt} + t^2 y^2 = 0 & y(1) = 1 \\ d) \frac{dy}{dt} + \frac{y}{t^2} = 2te^{1/t} & y(1) = e \end{array}$$

2) Utilizando o método de redução de ordem e o método de Euler explícito, obtenha a solução aproximada dos seguintes PVI's para os quatro primeiros passos de tempo, considerando $\Delta t = 0.1$.

$$\begin{array}{ll} a) \frac{d^2 y}{dt^2} + t \frac{dy}{dt} = e^t, & y(0) = 0 \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 1 \\ b) \sin(t) \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = 2t^3 + 1, & y(1) = \pi \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=1} = 0 \end{array}$$

3) As equações de Lotka-Volterra, também chamadas de equação presa-predador, são um conjunto de EDO's não-lineares muito empregadas para descrever a dinâmica de sistemas biológicos. Estas equações são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha x - \beta xy \\ \frac{dy}{dt} &= \delta xy - \gamma y \end{aligned}$$

onde x representa o número de presas, y o número de predadores e α , β , γ e δ são constantes positivas. Considere um ambiente contento lobos e coelhos, onde estas constantes assumem os valores de $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.5$, $\gamma = 0.6$ e $\delta = 1$, sendo que o número de indivíduos é dado em milhares e o tempo em meses. Obtenha a variação no número de coelhos ($x(t)$) e lobos ($y(t)$) entre $t = 0$ e $t = 16$, considerando que para $t = 0$ temos $x = 1.2$ e $y = 0.3$. Utilize $\Delta t = 0.1$.

4) Utilizando o método de Euler explícito, obtenha a solução aproximada do seguinte PVI no intervalo $0 \leq t \leq 1$, utilizando diferentes valores de Δt : (i) $\Delta t = 0.25$, (ii) $\Delta t = 0.1$, (iii) $\Delta t = 0.05$ e (iv) $\Delta t = 0.01$:

$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{t + y} \qquad y(0) = 4$$