

Métodos Matemáticos Aplicados à Engenharia Química II

Lista de Exercícios 02 - Solução Numérica de Sistemas Lineares Algébricos

Prof. Éliton Fontana

1) **Algoritmo de Thomas.** Utilize o algoritmo de Thomas para resolver os seguintes sistemas tridiagonais, caso possuírem solução única (utilize, de preferência, alguma ferramenta computacional). Confira se os valores obtidos estão corretos substituindo-os no sistema original.

a)

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \\ 11 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 17 \\ 14 \\ 7 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$

d)

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2) Através da aplicação do método de diferenças finitas, obteve-se o seguinte conjunto de equações para a distribuição de temperatura em um material:

$$T_1 = 0$$

$$T_{i-1} - 4T_i + T_{i+1} = 0 \quad i = 2, \dots, 99$$

$$T_{100} = 1$$

Faça um esboço de um algoritmo para a resolução deste sistema linear através do uso do algoritmo de Thomas.

3) **Método de Jacobi.** Utilize o método de Jacobi para obter uma solução aproximada para os seguintes sistemas lineares. Avalie também o número de condicionamento destes sistemas.

a)

$$8x_1 + 2x_2 = 2$$

$$1x_1 - 7x_2 = 7$$

b)

$$3x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 1$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_3 = 4$$

★ 4) **Sistema sem diagonal dominante.** Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 4x + 2y + 3z = 8 \\ 3x - 5y + 2z = -14 \\ -2x + 3y + 8z = 27 \end{cases}$$

Como pode ser observado, este sistema não possui a diagonal dominante, portanto o critério das linhas não pode ser aplicado. Utilize o método de Jacobi para encontrar uma solução aproximada para o sistema. Compare com o valor obtido através do método de eliminação de Gauss.

Respostas:

1) (a) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4$, (b) $x_1 = -6.2, x_2 = -7.4, x_3 = -7.6, x_4 = -7.8$, (c) $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 2, x_4 = 1$, (d) $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$

3) (a) $C(A) = 2.0345, x_1 = 0.4828, x_2 = -0.931$, (b) $C(A) = 4.2462, x_1 = -0.0303, x_2 = -1.2121, x_3 = 0.8788$

4) $x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 2$